## 基础课44 圆的方程

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. [2024·盐城模拟]若方程表示一个圆，则实数的取值范围是（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]由，得，解得.故选.

2. （改编）若点在圆的外部，则实数的取值范围是（ C ）.

A. , B. , C. , D. ,

[解析]由题意得,

,解得.故选.

3. 已知，，则以为直径的圆的一般方程为（ D ）.

A. B.

C. D.

[解析]因为，，

所以以 为直径的圆的方程是，整理得.故选.

4. [2024·重庆模拟]已知圆，则圆关于点对称的圆的方程为（ D ）.

A. B.

C. D.

[解析]圆 的圆心为，半径为5，

点 关于 对称的点为，

圆 对称后只有圆心位置改变，圆的半径不会变化，仍为5，

因此所求的圆的方程为.故选.

5*.*(改编)“*a>*1”是“方程2*x*2*+*2*y*2*+*2*ax+*6*y+*3*a=*0表示圆”的(D)*.*

A*.*充分不必要条件

B*.*必要不充分条件

C*.*充要条件

D*.*既不充分也不必要条件

[解析]因为方程2*x*2*+*2*y*2*+*2*ax+*6*y+*3*a=*0,即*x*2*+y*2*+ax+*3*y+=*0表示圆,所以*a*2*+*9*-*6*a>*0,解得*a*≠3*.*

故“*a>*1”是“方程2*x*2*+*2*y*2*+*2*ax+*6*y+*3*a=*0表示圆”的既不充分也不必要条件*.*故选D*.*

6. 已知半径为2的圆经过点，则其圆心到原点的距离的最小值为（ B ）.

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

[解析]因为半径为2的圆经过点，所以圆心的轨迹是以点 为圆心，半径为2的圆，所以圆心到原点的距离的最小值为.故选.

7. （原创）若为圆的弦的中点，则直线在轴上的截距为（ C ）.

A. 2 B. C. D.

[解析]因为 为弦 的中点，

且弦 的垂直平分线过圆 的圆心，

所以弦 的垂直平分线的斜率，

所以直线 的斜率为，

故直线 的方程为.

令，得,

所以直线 在 轴上的截距为.故选.

8. 若在圆内，过点的最长弦和最短弦分别为和，则四边形的面积为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]圆 的标准方程为，

则圆心为，半径长为.

由圆的几何性质可知，过点 的最长弦 为点 所在的直径，

则.

因为 是过点 的最短弦，

所以 为线段 的中点，且，为 与 的交点，

由垂径定理可得，

又,所以四边形 的面积为.故选.

#### 综合提升练

9. [2024·南京模拟]（多选题）已知曲线，则下列说法正确的是（ BC ）.

A. 若，则是圆

B. 若，，则是圆

C. 若，，则是直线

D. 若，，则是直线

[解析]对于，当 时，，

若，则 是圆；

若，则 是点,；

若，则 不存在.故 错误.

对于，当 时，，且，则 是圆，故 正确.

对于，当 时，，且，则 是直线，故 正确.

对于，当，时，，

若，则 是一元二次方程，

若，则 是抛物线，故 错误.故选.

10. [2024·福州联考]（多选题）已知圆和圆相交于，两点，是圆上的动点，点的坐标为，则下列说法正确的是（ BCD ）.

A. 圆的圆心为，半径为1 B. 直线的方程为

C. 线段的长为 D. 的最大值为6

[解析]对于，因为圆 的标准方程为，

所以圆心为，半径为1，故 错误；

对于，因为圆 和圆 相交于，两点，

两圆的方程相减得到直线 的方程为，即，故 正确；

对于，由选项 知，圆心 到直线 的距离，

所以，故 正确；

对于，因为,，所以，又圆 的半径为1，所以 的最大值为，故 正确.

故选.

11. [2024·黑龙江模拟]已知圆，当圆的面积最大时，实数的值为  .

[解析]圆 的方程可化为，

当 时，取得最大值，最大值为38，此时圆 的半径最大，面积也最大.

12. 若过点作互相垂直的直线,,交轴于点,交轴于点,则过原点与点，，的圆半径的最小值为  .

[解析]因为,,

所以存在经过，，，四点的圆,该圆以 为直径.

①若直线 轴，直线 轴，则.

②若两条直线的斜率均存在，

设直线 的方程为,则直线 的方程为，

则，则.

故半径的最小值为.

#### 应用情境练

13. 已知圆上有且只有3个不同的点到直线的距离等于，则此时圆的标准方程为  .

[解析]由题意可知圆 经过原点，原点到直线 的距离为，

得 下侧的圆上存在两个点到直线 的距离为,

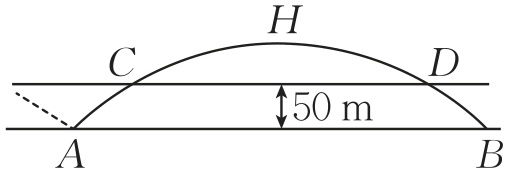
上侧的圆上存在一个点到直线 的距离为，且.

由此可知，圆的直径,即,

由,可知，

所以此时圆 的方程为.

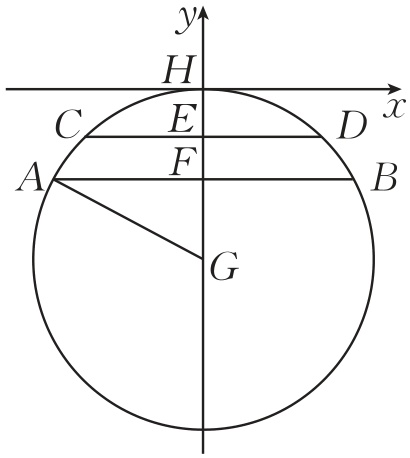
14. 如图，这是一座圆拱桥的示意图，该圆弧拱桥跨度为，圆拱桥的最高点离水面的高度为，桥面离水面的高度为.



（1）建立适当的平面直角坐标系，求圆拱桥所在圆的方程；

（2）求桥面在圆拱内部分的长度.,结果精确到

[解析]（1）设圆拱桥所在圆的圆心为，以 为原点，方向为 轴的正方向，



的中垂线向上为 轴正方向，建立如图所示的平面直角坐标系.

设 与 轴交于点，与 轴交于点，连接.

设圆 的半径为，

则，，，

在 中，，

所以，解得，

所以,，

所以圆拱桥所在圆的方程为.

（2）由题意得，

令，得，

所以，

所以 或，所以.

所以桥面在圆拱内部分 的长度约为.

#### 创新拓展练

15. 若实数,满足，则的最大值是  .

[解析]由,得.

设,，

则

，

又，

所以 的最大值为.

16. 已知圆经过,,三点.

（1）求圆的方程.

（2）设点在圆上运动，，且点满足，记点的轨迹为 .

①求 的方程.

②试探究：在直线上是否存在定点（异于原点），使得对于 上任意一点，都有为一常数？若存在，求出所有满足条件的点的坐标；若不存在，请说明理由.

[解析]（1）设圆 的方程为，将,,三点分别代入，

得 解得

所以圆 的方程为.

（2）①设，则,，

所以 所以

因为点 在圆 上运动，所以，

即，所以，

所以点 的轨迹 的方程为.

②假设存在点 满足（ 为常数），

设，则 ，

整理得.

因为点 在轨迹 上，

所以，

化简得，

所以，

整理得，

所以 解得，

所以存在,满足条件.